



T.P. Étude d'une file d'attente M/G/1

Le processus des arrivées des clients est un processus de Poisson de paramètre λ donné. Les durées de services sont indépendantes et de même loi quelconque. On choisira par exemple une loi constante, ou uniforme sur $[a, b]$ (avec $a \geq 0$) ou exponentielle, etc.

Soit K_n le nombre de clients arrivés pendant le service du n -ième client. Le nombre Y_n de clients présents (en attente ou en service) au départ du n -ième client est donné par

$$Y_n = Y_{n-1} - \mathbf{1}_{Y_{n-1} > 0} + K_n \quad (1)$$

en posant $Y_0 = 0$.

On va chercher à simuler une trajectoire de la suite (Y_n) .

Construire une trajectoire de la suite (Y_n) pour $n \leq T$ ($T = 10\,000$ par exemple) à partir de (1). Lorsqu'on connaît la valeur de σ_n , il est facile de simuler K_n ; on simulera donc les durées de services σ_n , la loi conditionnelle de K_n sachant σ_n est une loi de Poisson de paramètre $\lambda\sigma_n$ (les arrivées sont poissonniennes).

On pourra faire afficher, soit la trajectoire de (Y_n) dans le cas $\rho \geq 1$, soit l'histogramme des valeurs de la suite (Y_n) dans le cas $\rho < 1$. Comment interprétez-vous cet histogramme dans le cas $\rho < 1$?

Estimer le nombre moyen de clients présents en régime stationnaire dans le cas $\rho < 1$.
