



## T.P. génotypes (d'après Scopos vol. 11, p. 21-26)

### Exercice 1.

Écrire une fonction SCILAB admettant pour paramètres d'entrée un entier  $N$  et un vecteur colonne  $p$  à  $2N + 1$  composantes, qui retourne la matrice markovienne  $P$  de taille  $(2N + 1) \times (2N + 1)$  où

$$P(i, j) = C_{2N}^j (p_i)^j (1 - p_i)^{2N-j}.$$

### Exercice 2.     Modèle sans mutations

Vérifier que le temps moyen  $E_i(v)$  au bout duquel il y a extinction d'un des deux gènes (état initial :  $i$  gènes de type  $a$ ) est proportionnel à la taille  $2N$  de la population.

Pour cela, on pourra écrire une fonction SCILAB qui calcule l'espérance mathématique  $E_i(v)$  (voir exercice 7 du cours sur les chaînes de Markov) pour différentes valeurs de  $N$  (de 10 à 170 par pas de 10 par exemple), dans les deux cas suivants :

- 1) population équilibrée au départ ( $N$  gènes de type  $a$  et  $N$  gènes de type  $A$ ),
- 2) gènes de type  $a$  très minoritaires au départ (5 % de la population totale par exemple).

On pourra également faire tracer les deux courbes  $E_i(v)$  en fonction de  $N$ .

### Exercice 3.     Modèle avec mutations

Écrire une fonction SCILAB admettant pour paramètres d'entrée  $N$  (demi-taille de la population),  $u$  et  $v$  (probabilités de mutation de  $a$  vers  $A$  et inversement) et retournant la loi de probabilité invariante, sa moyenne et son écart-type.

---